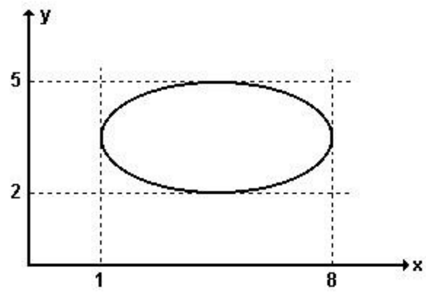
Estudo dos polígonos

Exercícios de vestibulares

1. Ao observar, em seu computador, um desenho como o apresentado a seguir, um estudante pensou tratar-se de uma curva.



Porém, após aumentar muito a figura, verificou que a tal "curva" era, de fato, um polígono, com o menor perímetro possível, formado por uma quantidade finita de lados, todos paralelos ao eixo x ou ao eixo y. Verificou ainda que esse polígono possuía um lado em cada uma das seguintes retas: $x = 1$, $x = 8$, $y = 2$ e $y = 5$. Se foi utilizada a mesma unidade de comprimento em ambos os eixos, a medida do perímetro desse polígono é:

(A) 10.

(B) 13.

(C) 18.

(D) 20 .

2. Um polígono regular com exatamente 35 diagonais tem

(A) 6 lados.

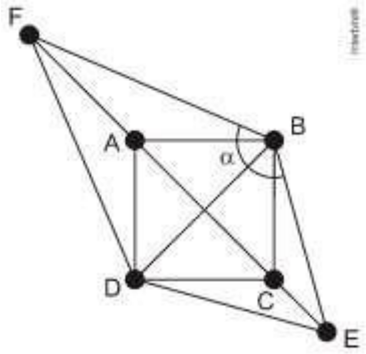
(B) 9 lados.

(C) 10 lados.

(D) 12 lados.

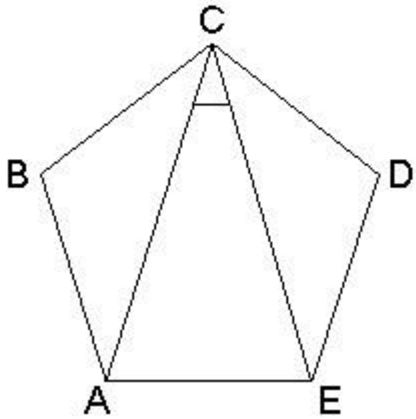
(E) 20 lados.

3. Na figura abaixo, ABCD é um quadrado, BDE é um triângulo equilátero e BDF é um triângulo isósceles, onde AF = AB. A medida do ângulo α é:



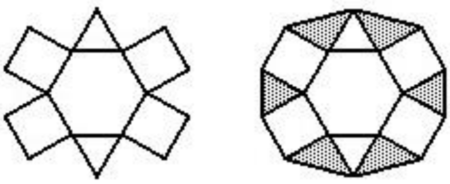
(A) 120°.
(B) 135°.
(C) 127,5°.
(D) 122,5°.
(E) 110,5°.

4. Considere o pentágono regular ABCDE. Quanto vale o ângulo ACE?



(A) 24°.
(B) 30°.
(C) 36°.
(D) 40°.
(E) 45°.

5. A figura 1 representa um determinado encaixe no plano de 7 ladrilhos poligonais regulares (1 hexágono, 2 triângulos, 4 quadrados), sem sobreposições e cortes.



Em relação aos 6 ladrilhos triangulares colocados perfeitamente nos espaços da figura 1, como indicado na figura 2, é correto dizer que

(A) 2 são triângulos equiláteros e 4 são triângulos isósceles de ângulo da base medindo 15°.

(B) 2 são triângulos equiláteros e 4 são triângulos isósceles de ângulo da base medindo 30°.

(C) 2 são triângulos isósceles de ângulo da base medindo 50° e 4 são triângulos isósceles de ângulo da base medindo 30°.

(D) 2 são triângulos equiláteros e 4 são triângulos retângulos isósceles.

(E) 2 são triângulos equiláteros e 4 são triângulos escalenos.

6. De dois polígonos convexos, um tem a mais que o outro 6 lados e 39 diagonais. Então, a soma total dos números de vértices e de diagonais dos dois polígonos é igual a:

(A) 63.

(B) 65.

(C) 66.

(D) 70.

(E) 77.

7. Considere as afirmações sobre polígonos convexos:

I. Existe apenas um polígono cujo número de diagonais coincide com o número de lados.

II. Não existe polígono cujo número de diagonais seja o quádruplo do número de lados.

III. Se a razão entre o número de diagonais e o de lados de um polígono é um número natural, então o número de lados do polígono é ímpar.

(A) Todas as afirmações são verdadeiras.

(B) Apenas (I) e (III) são verdadeiras.

(C) Apenas (I) é verdadeira.

(D) Apenas (III) é verdadeira.

(E) Apenas (II) e (III) são verdadeiras.

Gabarito

1. **D**

$\text{Perímetro} = \sum \text{vértical} + \sum \text{horizontal} = 4 \cdot 1{,}5 + 4 \cdot 3{,}5 = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 7 = 6 + 14 = 20$

O perímetro será duas vezes três porque estamos subindo e descendo três unidades, mais duas vezes sete porque estamos andando para direira e para esquerda sete unidades

2. **C**

$D = 35$

$\frac{n(n-3)}{2} = 35$

$n^2 - 3n - 70 = 0$

$(n - 10) \cdot (n + 7) = 0$

$n = 10$ ou $n = -7$

Como se trata de uma quantidade, desconsideramos o -7

Logo $n = 10$.

3. **C**

Seja G o ponto de encontro das diagonais do quadrado ABCD.

Como o triângulo BDE é equilátero, segue que $DBE = 60°$. Além disso, dado que $AF = AB$ e $GAB = 45°$, vem $ABF = AFB = \frac{GAB}{2} = 22{,}5°$.

Portanto,

$\alpha = ABF + ABD + DBE = 22{,}5° + 45° + 60° = 127{,}5°$

4. **C**

Temos que $n = 5$, logo

$a_i = \frac{180°(n-2)}{n} = \frac{180 \cdot (5-2)}{5} = \frac{180 \cdot 3}{5} = 108°$

$108 + 2\beta = 180$

$\beta = 36$

$ACE + 2 \cdot 36 = 108 \rightarrow ACE = 36$

5. **D**

Pela figura 1 tem-se um hexágono, 4 quadrados e 2 triângulos. O enunciado diz que os polígonos são regulares, logo podemos saber a medida do ângulo interno deles:

Hexágono $(n = 6)$: $A_i = \frac{(n-2)\cdot 180}{n} = \frac{(6-2)\cdot 180}{6} = \frac{4\cdot 180}{6} = \frac{720}{6} = 120$

Quadrado $(n = 4)$: $A_i = \frac{(n-2)\cdot 180}{n} = \frac{(4-2)\cdot 180}{4} = \frac{2\cdot 180}{4} = \frac{360}{4} = 90$

Triângulo $(n = 3)$: $A_i = \frac{(n-2)\cdot 180}{n} = \frac{(3-2)\cdot 180}{3} = \frac{1\cdot 180}{3} = \frac{180}{3} = 60$

Dessa forma, podemos concluir que os dois triângulos que estão entre os quadrados precisam possui o ângulo interno igual a 60° e possui os lados iguais, logo ambos são triângulos equiláteros.

Já os quatro triângulos entre o quadrado e o triângulo equilátero da figura 1, precisam possuir um ângulo de 90 graus e possuem dois lados iguais então são triângulos equiláteros.

6. B

As diagonais de um polígono menos as do outro resultam em 39, seguindo o enunciado. Logo,

$$\frac{(n+6)\cdot(n+6-3)}{2}-\frac{n(n-3)}{2}=39$$

$$\frac{[(n+6)\cdot(n+3)]-n^2+3n}{2}=39$$

$$n^2+3n+6n+18-n^2+3n=2\cdot 39$$

$$12n+18=78$$

$$12n=60$$

$$n_1=5$$

$$n_2=n_1+6=5+6=11$$

Logo, os polígonos mencionados possuem 5 e 11 lados.

Para $n=5$, temos:

$$d=\frac{5(5-3)}{2}=\frac{5\cdot 2}{2}=\frac{10}{2}=5$$

Para $n=11$, temos:

$$d=\frac{11(11-3)}{2}=\frac{11\cdot 8}{2}=\frac{88}{2}=44$$

Logo, a soma do número de vértices e de diagonais dos dois polígonos é igual a $5+5+11+44=65$

7. B

I. **VERDADEIRA** (apenas o pentágono obedece a regra, veja abaixo)

$$D_n=n$$

$$\frac{n(n-3)}{2}=n\Rightarrow n-3=2\Rightarrow n=5$$

II. **FALSA** (o undecágono obedece a regra, veja abaixo)

$$D_n=4n$$

$$\frac{n(n-3)}{2}=4n\Rightarrow\frac{n-3}{2}=4\Rightarrow n-3=8\Rightarrow n=11$$

III. **VERDADEIRA** (n é ímpar, veja abaixo)

$$\frac{D_n}{n}\in\mathbb{R}\Rightarrow\frac{n(n-3)}{2}\cdot\frac{1}{n}=\frac{n-3}{2}\in\mathbb{R}\Rightarrow n\text{ é ímpar}$$